

Transformations du plan

Exercices

Par Fred pour Mathsendirect

1 Exercice 1 cours

- 1) Qu'est ce qu'une transformation du plan ? Donner des exemples.
- 2) Qu'est ce qu'une isométrie ? Quelles sont les propriétés d'une isométrie ? Comment définit t-on une translation ? Une translation a t-elle des points invariants ? Comment est la droite image d'une droite par une translation ? (envisager 2 cas)
- 3) Comment définit t-on une rotation ? Comment est la droite image d'une droite par une rotation ?
- 4) Comment appelle t-on une rotation d'angle 180° ? Comment est la droite image d'une droite par cette isométrie ?
- 5) Comment définit t-on une symétrie axiale ou orthogonale ? Une symétrie axiale a t-elle des points invariants ? Comment est la droite image d'une droite par une symétrie axiale ? (envisager 4 cas). Quelle est la particularité de la symétrie axiale par rapport aux autres isométries ?
- 6) Comment définit t-on une homothétie ? Une homothétie est-elle une isométrie ? Si non quelles sont ses propriétés ? Comment est la droite image d'une droite par une homothétie ?
- 7) Comment peut-on démontrer que 2 triangles sont isométriques ou superposables par une transformation ?

Question 1 :

On appelle transformation du plan toute application qui, à partir du point M du plan, permet de construire un point M' du plan.

Exemples : Symétrie axiale, translation, rotation, homothétie, symétrie centrale

Question 2 :

- Définition isométrie : Une isométrie est une transformation qui conserve les longueurs des figures.
- Propriétés : les isométries conservent les longueurs et les angles
- La translation est un transformation du plan qui envoi chacun des points M du plan vers un autre point M' du plan selon un déplacement rectiligne déterminé.
- Une translation n'a aucun point invariant

- L'image d'une droite par une translation est une droite parallèle à cette droite, de plus si le vecteur possède la même direction que la droite alors l'image de la droite est elle-même.

Question 3 :

Une rotation est une transformation du plan qui consiste à pivoter autour d'un point O avec un angle α .

L'image d'une droite par la rotation de centre O et d'angle α est une droite :

- parallèle si $\alpha = 180^\circ$
- perpendiculaire si $\alpha = 90^\circ$ ou 270°
- confondue si $\alpha = 360^\circ$

Question 4 :

Une rotation d'angle 180° est une symétrie centrale

L'image d'une droite par une symétrie centrale est une droite parallèle.

Question 5 :

- La symétrie axiale est une transformation définie par un axe (d) telle que : M' est l'image du point M par la symétrie axiale d'axe (d) si (d) est la médiatrice de $[MM']$
- les points invariants d'une symétrie axiale correspondent à l'ensemble des points de l'axe de symétrie.
- l'image d'une droite (d) par une symétrie d'axe (s) est une droite :
 - parallèle à (d) si (d) est parallèle à (s)
 - (s) si (s) et (d) sont confondus
 - (d) si (s) et (d) sont perpendiculaires
 - sécante à (s) et (d) si (d) est sécante à (s)
- une figure et son image par la symétrie axiale sont superposables après pliage le long de cet axe

Question 6 :

- Définition homothétie : On appelle homothétie de centre O et de rapport k la transformation du plan qui, à chaque point M , associe le point M' tel que : O, M et M' sont alignés et on a la relation : $\overrightarrow{OM'} = k \times \overrightarrow{OM}$
- Non, une homothétie n'est pas une isométrie sauf pour $k = 1$ et $k = -1$.
- Propriété : Une homothétie conserve les angles, le parallélisme et l'alignement des points
- l'image d'une droite par une homothétie est une droite parallèle

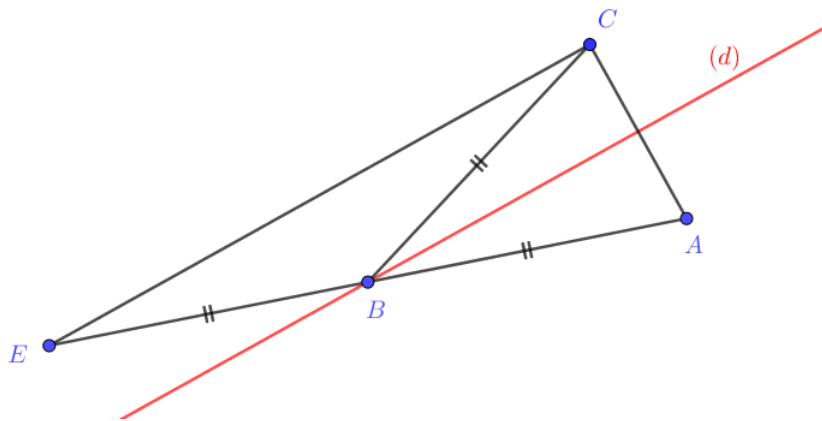
Question 7 :

2 triangles sont isométriques si l'un est l'image de l'autre par une transformation isométrique.

2 Exercice 2

Soit une droite (d) , un point B appartenant à la droite (d) et un point A extérieur à la droite (d) .

- Construire le point C tel que la droite (d) soit un axe de symétrie du triangle ABC .
 - Décrire cette construction.
- Construire le point E , symétrique du point A par rapport au point B . Justifier rapidement.
- Quelle est la nature du triangle ACE ?
- Quelle est la nature du triangle BEC ?



Question 1 :

1)a) dessin

- 1)b) Programme de construction : il suffit de construire le symétrique de A par rapport à (d)
- On trace la perpendiculaire (p) à (d) passant par B , (d) est coupé en un point I .
 - On trace le cercle \mathcal{C} de centre I et de rayon AI .
 - \mathcal{C} coupe (p) en un point C .

Question 2 :

On trace la droite (AB) et le cercle de centre A et de rayon AB , l'intersection de la droite et du cercle est le point E cherché.

Question 3 :

Comme C est le symétrique de A par rapport à (d) et comme B appartient (d) on a $BA = BC$.

Comme E est le symétrique de A par rapport à B on a $AB = EB$.

On a $BA = BC = BE$, dans ce cas A, C et E appartiennent au cercle de centre B et de rayon AB .

De plus comme E est le symétrique de A par rapport à B , AE est un diamètre de ce cercle donc ACE est un triangle rectangle en B .

Question 4 :

Comme dit précédemment, on a $BA = BC = BE$ et en particulier $BC = BE$ donc BEC est un triangle isocèle.