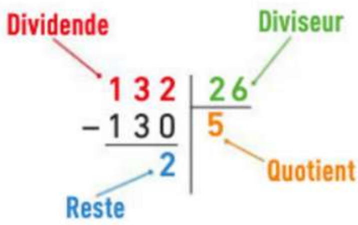
6ème - Divisions

I. La division euclidienne

Dans une division euclidienne, le dividende, le diviseur, le quotient et le reste sont des nombres entiers.



Dans une division euclidienne, on peut toujours écrire l'égalité suivante :

Dividende = (Diviseur × Quotient) + Reste, avec Reste < Diviseur.

<u>Exemple :</u> Pour la fête des voisins, Florian a préparé 170 brochettes de poulet mariné pour 27 personnes. Il se demande combien de brochettes aura chaque personne. Il cherche donc combien de fois il y a 27 dans 170 :

$170 = 27 \times 6 + 8$ avec $8 < 27$

Chaque personne aura donc 6 brochettes et il en restera 8.

II. Arithmétique : divisibilité

a) Vocabulaire (sur un exemple)

Ecrivons la division euclidienne de 126 par 9, on obtient : $126 = 9 \times 14$. Dans ce cas, le reste vaut 0. On dit alors que :

- 126 est un **multiple** de 9.
- 9 est un **diviseur** de 126.
- 126 est **divisible** par 9.

Ou autrement dit, « 126 est dans la table de 9 ».

b) Critères de divisibilité

Les critères de divisibilité permettent de savoir rapidement si un nombre est divisible par 2, par 3, par 4, par 5, par 9 ou par 10.

Divisibilité par 2 : Un nombre (entier) est divisible par 2 si et seulement si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

- 46 est divisible par 2 car son chiffre des unités est 6 (on peut écrire $46 = 2 \times 23$).
- 23 n'est pas divisible par 2 car son chiffre des unités n'est pas 0, 2, 4, 6 ou 8.

Divisibilité par 3 : Un nombre (entier) est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

- 126 est divisible par 3 car $1 + 2 + 6 = 9$ et $9 = 3 \times 3$ (on peut écrire $126 = 3 \times 42$).
- 125 n'est pas divisible par 3 car $1 + 2 + 5 = 8$ et 8 n'est pas divisible par 3.

Divisibilité par 4 : Un nombre (entier) est divisible par 4 si et seulement si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.

- 216 est divisible par 4 car 16 est divisible par 4 (on peut écrire $216 = 4 \times 54$).
- 129 n'est pas divisible par 4 29 n'est pas divisible par 4.

Divisibilité par 5 : Un nombre (entier) est divisible par 5 si et seulement si son chiffre des unités est 0 ou 5.

- 890 est divisible par 5 car son chiffre des unités est 0 (on peut écrire $890 = 5 \times 178$).
- 1021 n'est pas divisible par 5 car son chiffre des unités n'est pas 0 ou 5.

Divisibilité par 9 : Un nombre (entier) est divisible par 9 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

- 594 est divisible par 9 car $5 + 9 + 4 = 18$ et $18 = 9 \times 2$ (on peut écrire $594 = 9 \times 66$).
- 422 n'est pas divisible par 9 car $4 + 2 + 2 = 8$ et 8 n'est pas divisible par 9.

Divisibilité par 10 : Un nombre (entier) est divisible par 10 si et seulement si son chiffre des unités est 0.

- 150 est divisible par 10 car son chiffre des unités est 0 (on peut écrire $150 = 10 \times 15$).
- 288 n'est pas divisible par 10 car son chiffre des unités n'est pas 0.

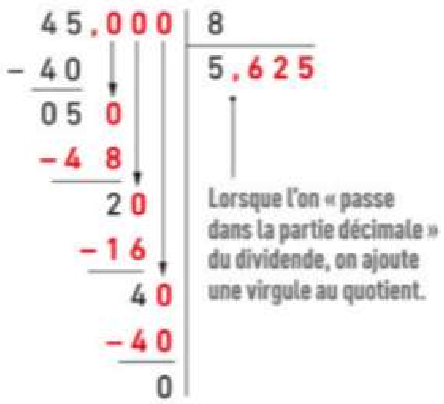
III. Division décimale

Quand on pose une division décimale (voir les exercices pour les rappels de méthode), deux situations peuvent se présenter :

- Soit l'un des restes obtenus est nul. Dans ce cas, on peut dire que « la division se termine ». Le quotient est alors un nombre décimal et on peut en donner une valeur exacte.
- Soit les restes successifs semblent se répéter et on peut dire que « la division ne se termine pas ». Dans ce cas, le quotient n'est pas un nombre décimal. On peut alors en donner une valeur approchée.

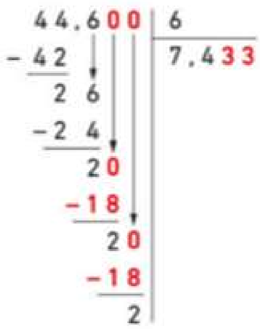
a) Premier cas : valeur exacte

Exemple
On effectue la division de 45 par 8.
Le reste de la division est nul, donc
5,625 est la valeur exacte du quotient de 45 par 8.



b) Second cas : valeur approchée

Exemple



Ainsi 7,433 est une **valeur approchée au millième près** du quotient de 44,6 par 6.

IV. Durées

a) Conversions de durées

Dans 1 année, il y a (environ) 365 jours. Dans 1 jour, il y a 24 heures. Dans 1 heure, il y a 60 min. Dans 1 minute il y a 60 secondes. Ces informations permettent d'effectuer des conversions.

Exemples :

1) Combien y a-t-il de secondes dans 1 h ? 1 h = 60 min = 60 × 60 s = 3600 s.
2) Combien y a-t-il de minutes dans 4 h 22 min ?

4 h = 4 × 60 min = 240 min donc 4 h 22 min = 240 min + 22 min = 262 min.

3) On peut convertir 41 000 secondes en heures, minutes, secondes.

▶ On convertit les secondes en minutes et secondes, en posant la division de 41 000 par 60.

4	1	0	0	0	6	0	
	5	0	0		6	8	3
		2	0	0			
			2	0			

On a donc 41 000 s = **683 min 20 s**.

▶ On convertit alors les minutes en heures et minutes, en effectuant la division euclidienne de 683 par 60.

6	8	3	6	0
	8	3	1	1
	2	3		

On a donc 41 000 s = **11 h 23 min 20 s**.

b) Opérations sur les durées

On peut additionner et soustraire des durées mais en respectant certaines règles.

Exemple : Un match dure 3 h 38 min et le suivant dure 2 h 49 min. Quelle est la durée totale de ces deux matchs ?

▶ On pose l'addition ci-dessous.

	3	h	¹3	8	min
+	2	h	4	9	min
=	~~5~~	h	~~8~~	7	min
=	6	h	2	7	min

On effectue deux additions indépendantes :
les minutes entre elles et **les heures entre elles**.

Mais le nombre de minutes obtenu est supérieur à 59.
On va donc le convertir en heures et minutes, sachant que 60 min = 1 h.

La durée totale des deux matchs est donc de **6 h 27 min**.

Exemple : Un film débute à 15 h 27 et finit à 18 h 14. Quelle est la durée de ce film ?

▶ On pose la soustraction ci-dessous.

	1	7	h	7	₁4	min
	1	~~8~~	h	~~1~~	4	min
−	1	5	h	₁2	7	min
=	0	2	h	4	7	min

On effectue deux soustractions indépendantes :
les minutes entre elles et **les heures entre elles**.

Mais on ne peut pas enlever 27 à 14.
On va donc convertir une des 18 heures en 60 min.

Ce film dure donc **2 h 47 min**.